

## 24-RASYONEL FONKSİYONLAR VE NİTEL ÖZELLİKLERİ

$$\rightarrow f : R - \{0\} \rightarrow R$$

$f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonu rasyonel referans fonksiyonudur.

$$\rightarrow m(x) = a \frac{1}{x+r} + k$$

grafığı çizilirken şu adımlar uygulanır.

1.  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonu referans

fonksiyonunun grafığı  $x$  eksenini boyunca negatif yönde  $r$  birim ötelenerek

$$g(x) = \frac{1}{x+r} \quad (r > 0) \text{ fonksiyonu elde edilir.}$$

2.  $g(x) = \frac{1}{x+r}$  fonksiyonunun değerlerini

$$a \text{ katına eşleyen } h(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} \quad (a \neq 0)$$

fonksiyonunun grafığı çizilir.

3.  $h(x) = a \cdot \frac{1}{x+r}$  fonksiyonu  $y$  eksenini

boyunca pozitif yönde  $k$  birim

$$\text{ötelenerek } m(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k \quad (k > 0)$$

fonksiyonu çizilir.

\*\*\*  $a, r, k \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üz.

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k \text{ şeklindeki}$$

rasyonel fonksiyonların nitel özellikleri şunlardır.

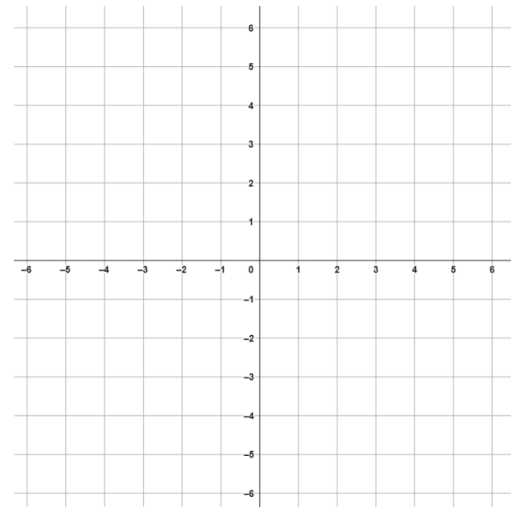
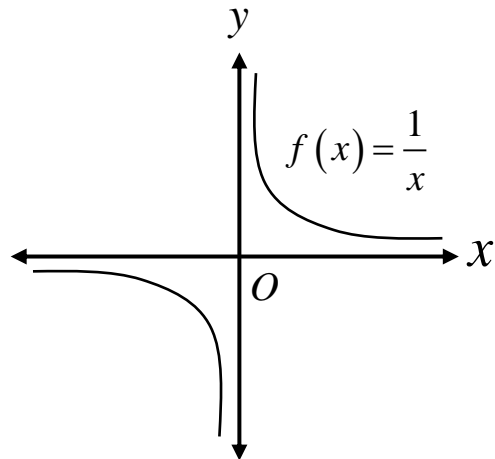
→ Tanım kümesi :  $\mathbb{R} - \{0\}$

Görüntü kümesi :  $\mathbb{R} - \{k\}$

→ Bire – bir fonksiyondur.

→ Örten değildir.

→ Maksimum ve Minimum değerleri yoktur.



*Rasyonel Referans Fonksiyonu  
ve Nitel Özellikleri*

Ö:  $f : R - \{0\} \rightarrow R$

$f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonu rasyonel referans fonksiyonudur.

→  $(0, \infty)$  aralığında  $x$  değerleri büyüdükçe  $y$  değerleri küçülür.

$(-\infty, 0)$  aralığında  $x$  değerleri büyüdükçe  $y$  değerleri küçülür.

→ Tanım kümesi :  $R - \{0\}$

→ Görüntü kümesi :  $R - \{0\}$

→ Sıfırı : Yoktur.

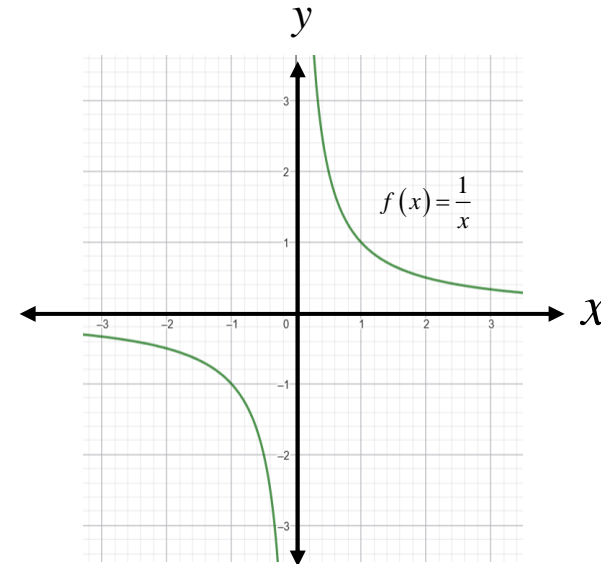
→ İşareti :  $(0, \infty)$  aralığında pozitif  
 $(-\infty, 0)$  aralığında negatiftir.

→  $R - \{0\}$ 'da azalandır.

→ Maksimum – Minimum noktası yoktur.

→ Tek – Çift Durumu : Orijine göre simetrik olduğu için tek fonksiyondur.

→ Bire – Birlik – Örtelik : Bire birdir.  
örten değildir. Sıfır açıkta kalmaktadır.



$$f(x) = \frac{a}{x} \text{ Şeklindeki Fonksiyonlar ve Grafikleri}$$

$$\text{Ö: } h : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$h(x) = \frac{2}{x} \text{ rasyonel fonksiyonunun}$$

grafiğini çizelim.

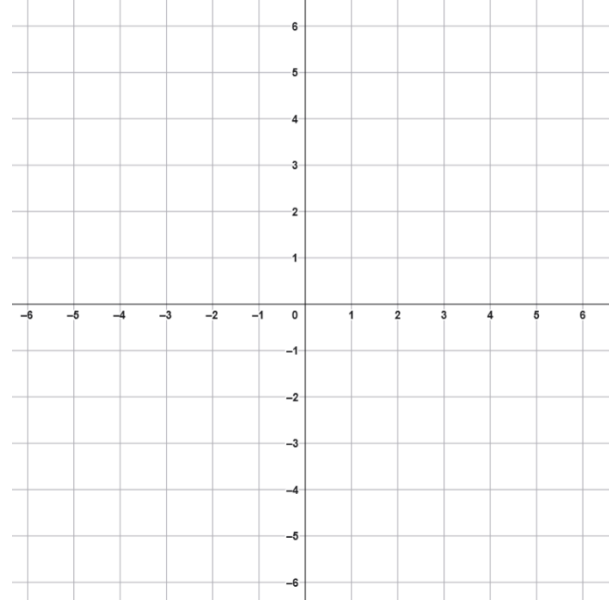
Çözüm:

$$f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \text{ referans fonksiyonunda}$$

$y$  değerlerini 2 katına çıkarırsak

$$h(x) = \frac{2}{x} \text{ grafiği elde edilir.}$$

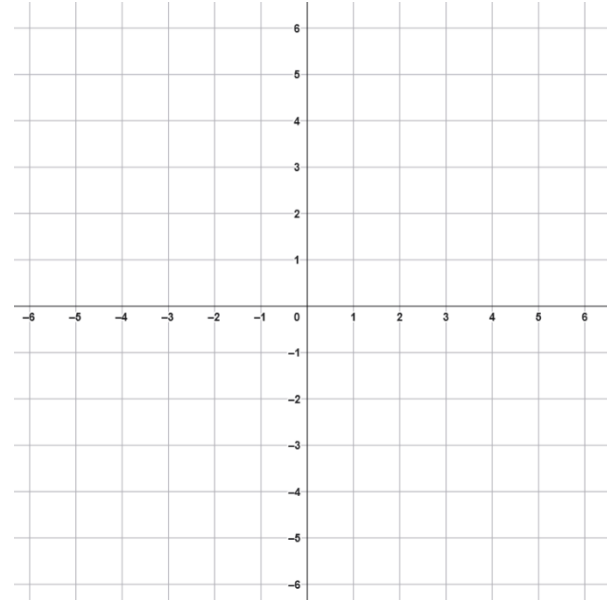


$$f(x) = \frac{1}{x+r} \text{ veya } f(x) = \frac{1}{x} + r$$

*Şeklindeki Fonksiyonlar ve Grafikleri*

**Ö:**  $h: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$

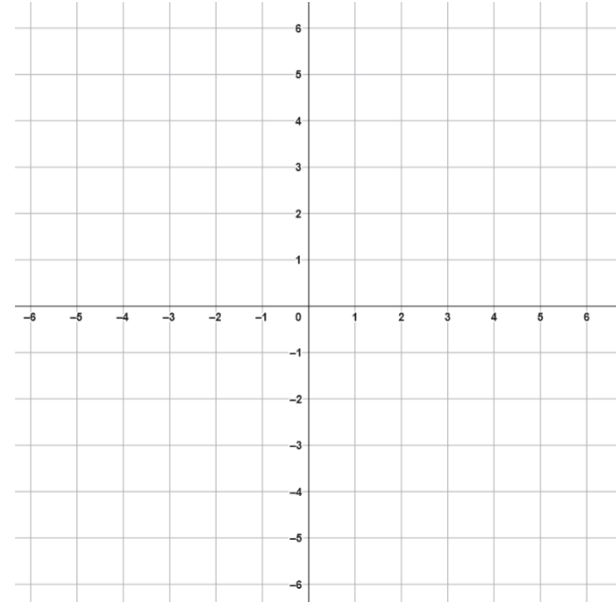
$h(x) = \frac{1}{x+2}$  rasyonel fonksiyonunun  
grafini çizelim.



Ö:  $h: R - \{0\} \rightarrow R$

$h(x) = \frac{1}{x} - 2$  rasyonel fonksiyonunun

grafini çizelim.

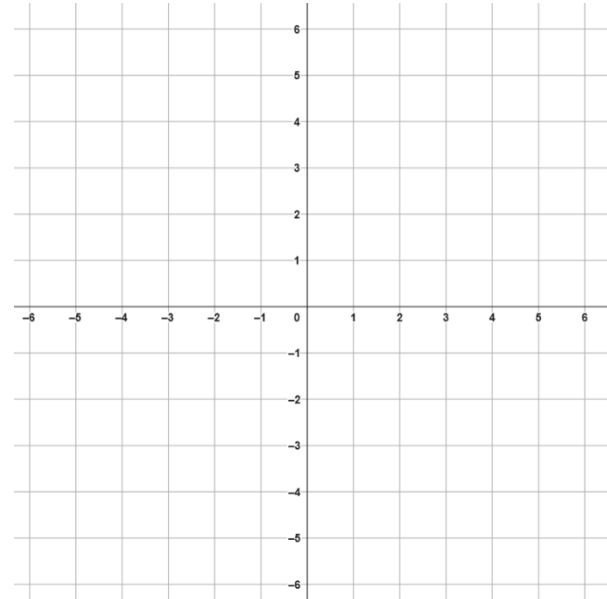


$$f(x) = \frac{1}{x+r} + k$$

*Şeklindeki Fonksiyonlar ve Grafikleri*

**Ö:**  $h: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$

$g(x) = \frac{1}{x-1} + 3$  rasyonel fonksiyonunun grafiğini çizelim.



## *Rasyonel Fonksiyonların Sıfırları*

**Ö:** Aşağıda verilen fonksiyonların sıfırlarını bulalım.

$$I. f(x) = \frac{2}{x} - 4$$

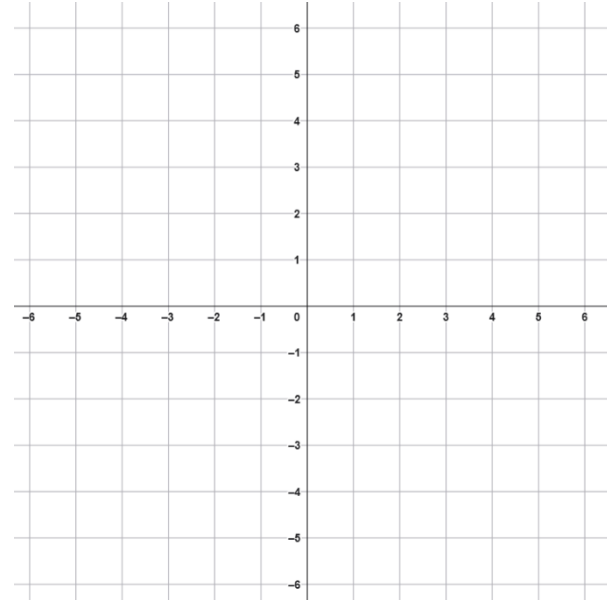
$$II. g(x) = \frac{1}{x-2} + 3$$

$$III. h(x) = \frac{1}{x+2}$$

*Rasyonel Fonksiyonların  
Tanım ve Görüntü Kümeleri*

Ö:  $f(x) = \frac{1}{x+2} - 3$

*rasyonel fonksiyonunun tanım ve görüntü kümesini bulalım.*



## *Rasyonel Fonksiyonların Nitel Özellikleri*

$$\text{Ö: } f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x-3} + 3$$

*rasyonel fonksiyonunun*

*→ işaretini*

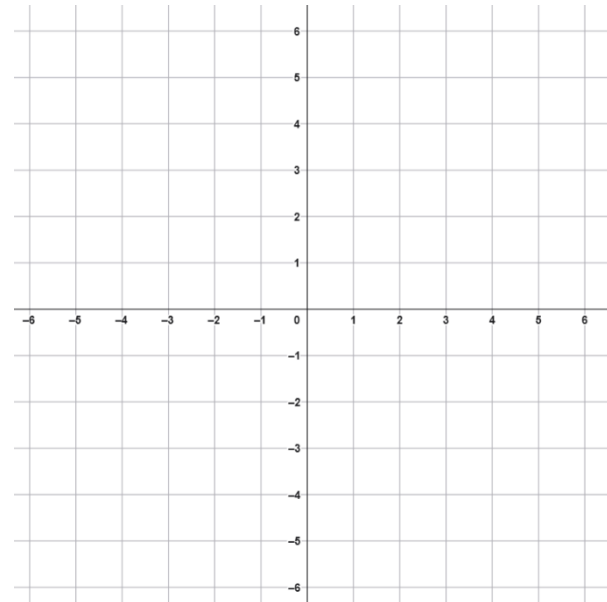
*→ artan – azalanlığını*

*→ maksimum – minimum noktasını*

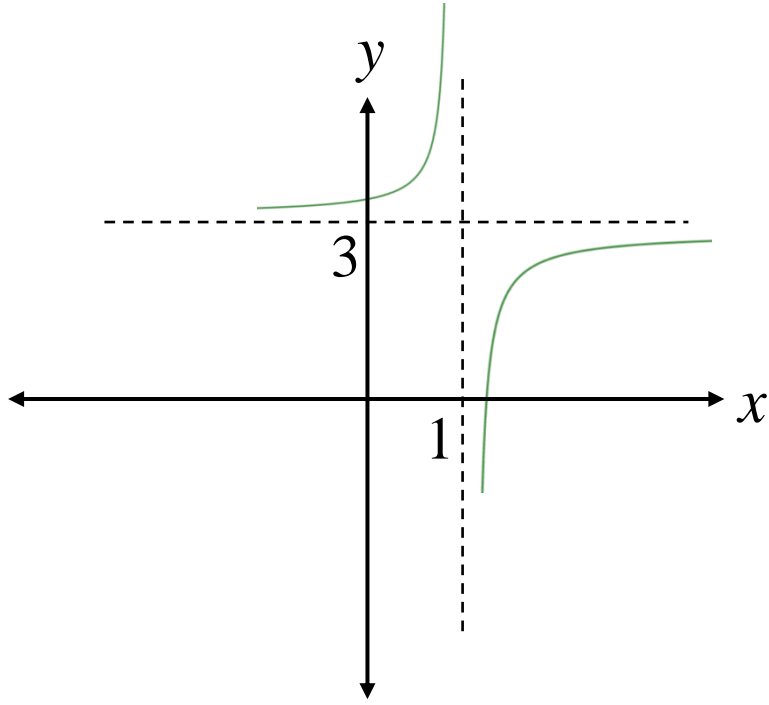
*→ bire birliğini*

*→ örtenliğini*

*→ tek – çiftliğini*



Ö:



Yukarıda verilen  $f(x)$  fonksiyonunun cebirsel olarak gösterimini bulunuz.

Ö:  $h(x) = \frac{1}{x-2} - 1$

*rasyonel fonksiyonu hangi aralıkta pozitif değer alır? Bulunuz.*